10.15.08

Олимпиадная работа

муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

обучающегося 10 А класса

муниципального бюджетного

общеобразовательного учреждения

Лицей №8

г-к. Кисловодска

Чимовой Аминат Ахмедовны

(Фамилия Имя Отчество)

Педагог-наставник: учитель математики муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения Лицей №8 г-к. Кисловодска Чунихина Наталья Александровна

30 ноября 2020г.

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ЛИЦЕЙ №8
ГОРОДА-КУРОРТА КИСЛОВОДСКА

10.15.08

№3

Запишем арифм. прогрессию в общем виде для данного условия:

$$a_1 \quad a_1+d \quad a_1+2d \quad a_1+3d \;\dots\; a_1+d(n-1)$$

1) Т.к. сумма нечетных элементов $=33 \Rightarrow$ нечетна $\Rightarrow$ кол-во нечетных элементов нечетно

2) Т.к. сумма четных элементов $=44 \Rightarrow$ четна $\Rightarrow$ кол-во четных элементов четно.

3) Т.к. в прогрессии присутствуют и четные и нечетные элементы, а a_1 - четно $\Rightarrow d$ - нечетно, а четность чисел чередуется: ч; н; ч; н; ч... При этом последний элемент четный.

Сумма элементов всей прогрессии $= 33+44 = 77$ ~~нечетна~~

$$S_n = \frac{2a_1+d(n-1)}{2}n = 77$$

Запишем формулы суммы арифм. прогрессий отдельно для четных и нечетных чисел:

кол-во четных чисел $= \frac{n+1}{2} = \frac{n-1}{2}+1$

кол-во нечетных чисел $= \frac{n-1}{2}$

$$\mathrm{I}\; S_ч = \frac{2a_1 + 2d\cdot\frac{n+1}{2}}{2}\cdot\frac{n+1}{2} = \frac{2a_1+d(n+1)}{2}\cdot\frac{n+1}{2} = \frac{(2a_1+d(n+1))(n+1)}{4} = 44$$

$$S_ч = \frac{2a_1+2d\cdot\left(\frac{n-1}{2}+1\right)}{2}\left(\frac{n-1}{2}+1\right) = \frac{2a_1+d(n-1)+2d}{2}\left(\frac{n-1}{2}+1\right) =$$

$$= \frac{2a_1+d(n-1)+2d}{2}\cdot\frac{n+1}{2} = \frac{(2(a_1+d)+d(n-1))(n+1)}{4} = 44$$

$$\mathrm{II}\; S_н = \frac{2(a_1+d)+2d((n-1)/2)}{2}\cdot\frac{n-1}{2} = \frac{(2(a_1+d)+d(n-1))(n-1)}{4} = 33$$

Из п. I $\Rightarrow (2(a_1+d)+d(n-1))(n+1) = 4\cdot 44 = 176$

Из п. II $\Rightarrow (2(a_1+d)+d(n-1))(n-1) = 33\cdot 4 = 132$ $\Big\} \Rightarrow \frac{176}{n+1} = \frac{132}{n-1}$

10.15.08

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ЛИЦЕЙ №8
ГОРОДА-КУРОРТА КИСЛОВОДСКА

№3

$(n+1)132 = (n-1)176$

$132n+132 = 176n-176$

$44n = 308$

$n = 7$ – кол-во элементов последовательности

Имеем:

$$a_1 \quad a_1+d \quad a_1+2d \quad \overset{11}{a_1+3d} \quad a_1+4d \quad a_1+5d \quad a_1+6d$$

$3a_1 + 9d = 33$

$a_1 + 3d = 11 \Rightarrow$ 4 элемент $= 11$

Знаем, что a_1 – четное натуральное, а d – целое нечетное, подберем a_1 и d:

$a_1 = 2 \quad d = 3$ ✓ $\qquad a_1 = 2$ или 8

$a_1 = 4 \quad d = 7/3$ ✗

$a_1 = 6 \quad d = \frac{5}{3}$ ✗

$a_1 = 8 \quad d = 1$ ✓

1) 2 5 8 11 14 17 20 $\quad S = 77 \quad S_ч = 44 \quad S_н = 33$

2) 8 9 10 11 12 13 14 $\quad S = 77 \quad S_ч = 44 \quad S_н = 33$

Ответ: $a_1 = 2;\ a_7 = 20;\ n = 7$

$a_1 = 8;\ a_7 = 14;\ n = 7$

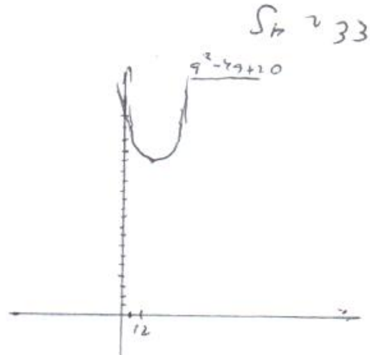
6б

№1

$x^2 + ax + 2a - 5 = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 \cdot x_2 = 2a - 5 \end{cases}$$ – по теореме Виета

6б



$x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (-a)^2 - 2(2a-5) =$

$= a^2 - 4a + 20$ – должно принимать мин. значение

Построим график данной ф-ции (парабола): ветви вверх, => мин. значение в вершине $\Rightarrow a = \frac{4}{2} = 2$

10.15.08

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ЛИЦЕЙ №8
ГОРОДА-КУРОРТА КИСЛОВОДСКА

Отсюда следует, что $a = 2$ - мин. значение.

В этом также можно убедиться путем преобразования $a^2-4a+20=(a-2)^2+16$

$(a-2)^2$ min при $(a-2)^2=0$

$a-2=0$

$a=2$

Ответ при $a=2$

№5

$f(x)+xf(1-x)=1$ - верно при всех X

$2020f(x)+1=0$ - $X=?$ $S_x=?$

Раз первое верно при всех $X \Rightarrow$

$f(0)+0\cdot f(1-0)=1$

$f(0)=1$ - верно $\Rightarrow$ $f(1)+f(0)=1$

$f(1)+1=1$

$f(1)=0$ - верно.

$2020f(x)+1=0$

$f(x)=\frac{-1}{2020}$ $\cancel{-\frac{f(0)}{2020f(0)} \Rightarrow X=0}$ ~~не уд.~~

$f(x)=-\frac{1}{2020}=-\frac{f(x)+xf(1-x)}{2020} \Rightarrow \cancel{f(x)}$

$2020f(x)+f(x)+xf(1-x)=0$

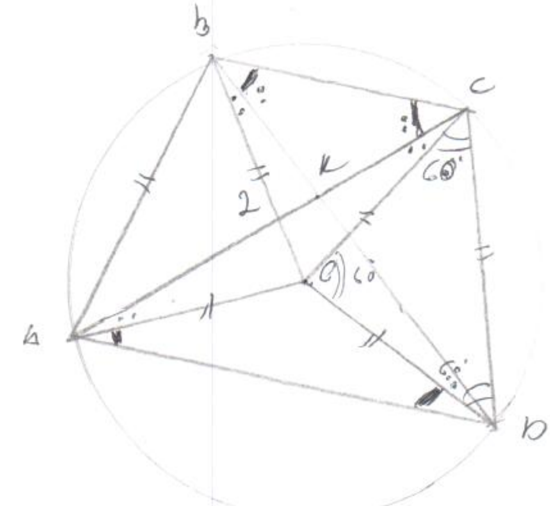
$2021f(x)+xf(1-x)=0$

$xf(1-x)=\frac{2021}{2020}$

2б

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ЛИЦЕЙ №8
ГОРОДА-КУРОРТА КИСЛОВОДСКА

№2



Дано: ABCD - трапеция
$AD \parallel BC$
окр-ть O, опис. вокруг ABCD
$\angle ODC = 60^\circ$
$AC = 2$
Найти: S_{ABCD}

Решение

1) Доп. построй: OC, AO, BO
$\triangle COD$ - равнобедр, т.к. $OC = OD$, как радиусы $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle COD$ равностор, т.к. $\angle CDO = \angle OCD = 60^\circ$
$\triangle AOD$ - равнобедр. $AO = OD$ радиусы $\Rightarrow \angle OAD = \angle ODA$
$\triangle BOD$ - равнобедр. $BO = OD$ радиусы $\Rightarrow \angle OBD = \angle BDO$
$\triangle AOC$ - равнобедр. $AO = OC$ радиусы $\Rightarrow \angle CAO = \angle ACO$
Т.к. $\triangle BOC$ - равнобедр. $BO = OC$ радиусы $\Rightarrow \angle CBO = \angle BCO \Rightarrow \angle OBD = \angle OCA \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AOC = \triangle OBD \Rightarrow AC = BD = 2 \Rightarrow$ диагонали трапеции равны $\Rightarrow$ трапеция равнобокая

$\angle CAD = 30^\circ$, т.к. впис. и опир. на одну дугу с центральным $\angle COD \Rightarrow \angle BCA = \angle CAD$ (из $BC \parallel AD$) $= 30^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CBD = 30^\circ \Rightarrow \angle CKD = 60^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha = 2\sin 60^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

Ответ $\sqrt{3}$

6б