11.18.07.

Олимпиадная работа

муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

обучающегося 11 Е класса

муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения „Гимназия №19" г.-к. Кисловодска

Борткова Дениса Сергеевича

(Фамилия Имя Отчество)

Педагог-наставник: учитель математики муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения „Гимназия №19" г.-к. Кисловодска Дюбина Виктория Юрьевна

30 ноября 2020г.

11.18.07.

№1. 7б

Расположим дома слева направо и составим таблицу, где будет номер дома, цвет дома, национальная живущего, какие цветы выращивают и что пьют.

1 дом	2 дом	3 дом	
желтый	красный	белый	цвет.
Норвежец	Англичанин	Испанец	нац. жив
крокусы.	сирень	ландыши	цветы.
вода.	молоко	сок.	питье

Известно, что Норвежец живет в первом доме слева. Так же 3 крайний дом справа – белый. Англичанин живет в красном доме, а => по середине в доме №2, т.к. в 1 доме – норвежец, а 3 дом – белый. Из этого следует, что дом №1 – желтый.

Известно, что молоко пьют в среднем доме => в доме №2. Крокусы растут в желтом доме => в доме №1. Человек, выращивающий ландыши, пьет сок => человек, живущий в доме №3, т.к. в доме №1 выращивают крокусы, а в доме №2 питье – молоко. И в доме №3 живет Испанец, т.к. в 1 доме – норвежец, а во 2 доме – Англичанин. Тогда имеем, что в доме №3 выращивают ландыши, а в доме №2 – сирень. В доме №1 пьют ~~во~~ воду, т.к. в доме №2 – молоко, а в доме №3 – сок => Норвежец пьет воду.

Ответ: воду

№3 4б

$x^2 - ax + a + 1 = 0$

$D = a^2 - 4(a+1) = a^2 - 4a - 4.$

Чтобы условие выполнялось, и было 2 корня, нужно, чтобы $a^2 - 4(a+1) \geq 0$

$a^2 - 4a - 4 > 0$

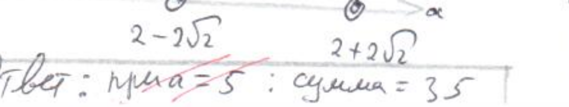
$D = 16 + 16 = 32$

$a_1 = \frac{4 + \sqrt{32}}{2} = \frac{4 + 4\sqrt{2}}{2} = 2 + 2\sqrt{2}$

$a_2 = \frac{4 - \sqrt{32}}{2} = \frac{4 - 4\sqrt{2}}{2} = 2 - 2\sqrt{2}$

$(a - 2 - 2\sqrt{2})(a - 2 + \sqrt{2}) > 0$

По методу интервалов:



Ответ: ~~при~~ а = 5 : сумма = 35

$a \in (-\infty; 2 - 2\sqrt{2}) \cup (2 + 2\sqrt{2}; +\infty)$, но т.к. по условию $a > 0$, то $a \in (2; \cancel{+}2+2\sqrt{2}$ $(2 + 2\sqrt{2}; +\infty)$.

Рассмотрим $2 + 2\sqrt{2}$:

$1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5 \Rightarrow \underset{4{,}8}{\cancel{4{,}8}} < 2 + 2\sqrt{2} < 5$

Следовательно минимальное целое $a \in (2 + 2\sqrt{2}; +\infty)$ равно 5. Подставим в исходное уравнение.

$x^2 - 5x + 5 + 1 = 0$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

По т. Виетта:

$x_1 = 2$, $x_2 = 3$ $\Rightarrow x_1^3 + x_2^3 = 8 + 27 = 35.$

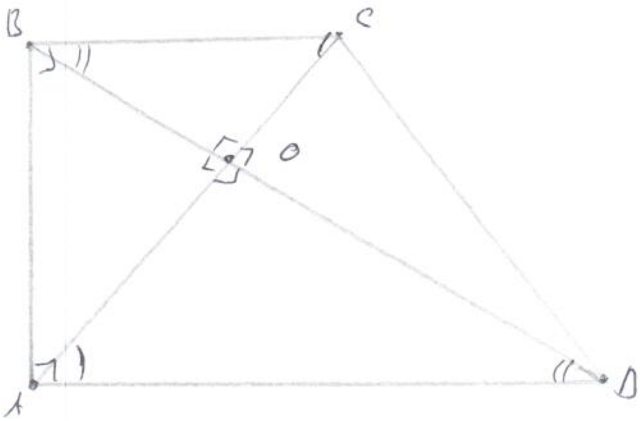
При $a > 5$: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$2a = const$, $-b$ будет увеличиваться, $\sqrt{D}$ будет увеличиваться. => один из корней в кубе всегда будет > 35.

При $a = 6$ например: $x_1 = 3 + \sqrt{3} \Rightarrow x_1^3 > 35.$

11.18.07

№4 4б.



Дано:

$\frac{BC}{AD} = k$, найти $\frac{AC}{BD}$ - ?

Решение:

1) $\triangle BOC \sim \triangle AOD$ (по двум углам); $\angle BOC = \angle AOD$ (верт).
$\angle ODA = \angle OBC$ (н. леж) $\wedge$ при $BC \parallel AD$ и секущей BD.

$\frac{BC}{AD} = \frac{BO}{OD} = \frac{CO}{AO} = k. \Rightarrow \begin{cases} BO = k\cdot OD \\ CO = k \cdot AO \end{cases}$

2) $\begin{cases} AC = CO + AO = k\cdot AO + AO = AO(k+1) \\ BD = BO + OD = k\cdot OD + OD = OD(k+1) \end{cases}$

3) $\frac{AC}{BD} = \frac{AO(k+1)}{OD(k+1)} = \frac{AO}{OD}$. ...?

Ответ: $\frac{AO}{OD}$.

№2 3б

$2021^{2020} = (2020+1)^{2020}$ — на конце будет 1.

$2021^{2020} \equiv 21^{2020} \pmod{100}$ → имеют одинаковый остаток от деления на 100.

$21^{2020} \equiv ((20+1)^2)^{1010} \pmod{100}$

$400+40+1$

441^{1010}

$441^{1010} \equiv 41^{1010} \pmod{100}$

$((40+1)^2)^{505}$

1681^{505}

$1681^{505} \equiv 81^{505} \pmod{100}$

$81^{505} \equiv 3^{2020} \pmod{100} \Rightarrow 2021^{2020} \equiv 3^{2020} \pmod{100}$

3^{10} имеет предпоследнюю цифру 4: $\frac{2020}{10} = 202$ чётное число получите $\Rightarrow$

$\Rightarrow 3^{2020}$ имеет предпоследнюю цифру 4.

Ответ: 40.