

Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

обучающегося 11А класса

Муниципальное бюджетное общеоб-
разовательное учреждение средняя
общеобразовательная школа №15
г.-к. Кисловодска

Кондакова Владислава Алексеевна
(Фамилия Имя Отчество)

Педагог-наставник: Палыгина
Любовь Николаевна -
учитель математики
МБОУ СОШ №15

30 ноября 2020г.



Зачеркнем таблицу по шпалочкам

с данными и запомним её:

	лево	центр	право
цвет дома	жёлтый	красный	белый
национальность	норвежец	англичанин	испанец
цветы	крокусы	сирень	ландыши
напиток	вода	молоко	сок

П. К. норвежец живет в крайнем слева доме, а белый дом крайний справа и в красном доме живет англичанин \Rightarrow норвежец живет в желтом доме (он крайний слева).

Англичанин живет в красном доме, этот дом не справа и не слева \Rightarrow этот дом посередине \Rightarrow \Rightarrow белый дом принадлежит испанцу

Норвежец в желтом доме выращивает крокусы \Rightarrow он не пьет сок, а англичанин в среднем доме пьет молоко \Rightarrow пьет сок испанец и выращивает ландыши.

Сирень остается англичанину, а вода норвежцу. Норвежец пьет воду.

Ответ: вода

№2 75

$$\begin{aligned}
2021^1 &= 2021 \\
2021^2 &= \dots 41 \\
2021^3 &= \dots 61 \\
2021^4 &= \dots 81 \\
2021^5 &= \dots 01
\end{aligned}$$

т.к. нас интересуют только последние 2 цифры числа, мы можем переносить 21 необходимое число раз и заметить закономерность:

предпоследняя цифра полученной последней цифре

того числа равна Γ степени, умноженной на 2, т.к.

$$\begin{array}{r}
21 \\
\times 21 \\
\hline
21 \\
42 \\
\hline
441
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
41 \\
\times 21 \\
\hline
41 \\
82 \\
\hline
861
\end{array}$$

... и т.д. $\Rightarrow 2021^{2020} = \dots 01$

Последняя цифра полученного числа всегда = 1,

т.к. $1^n, n \in \mathbb{N} = 1$.

Ответ: 01

№3

45

$$x^2 - ax + a + 1 = 0$$

$$D \geq 0$$

$$a > 0$$

?

$$x_1^3 + x_2^3 \text{ найти}$$

$$a \rightarrow ?$$

По теореме Виетта:

$$\begin{cases}
x_1 + x_2 = a \\
x_1 x_2 = a + 1
\end{cases}
\Rightarrow (x_1 + x_2)^2 = a^2 = x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2$$

$$\begin{aligned}
x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)(x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 - 3x_1 x_2) \\
&= (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) = a(a^2 - 3(a+1)) = \\
&= a^3 - 3a^2 - 3a
\end{aligned}$$



Пусть $f(a) = a^3 - 3a^2 - 3a$, тогда

$$f'(a) = 3a^2 - 6a - 3$$

В точке минимума $f'(a) = 0$

$$3a^2 - 6a - 3 = 0$$

$$3(a^2 - 2a - 1) = 0$$

$$a^2 - 2a - 1 = 0$$

$$D = 4 + 4 = 8$$

$$a_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

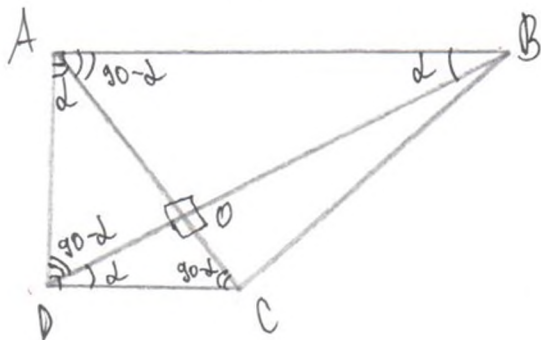
$a = 1 - \sqrt{2}$ - не ур. условию задачи $a > 0$
 $a = 1 + \sqrt{2}$ ✓

При $a = 1 + \sqrt{2}$

$x_1^3 + x_2^3$: ~~минимальна~~ $2^3 - 3 \cdot 2^2 - 3 = 8 - 12 - 3 = -7$

Ответ: $a = 1 + \sqrt{2}$

Решение: $\sqrt{4}$ 7б.



Дано:

ABC - прямоугол. тр-ан.

AC ⊥ DB

$$\frac{AB}{DC} = k$$

Найти:

$$\frac{DB}{AC} = ?$$

Отметим равные углы

$\angle BDC = \angle DBA$ (накр. лежащие) $\Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle DOC$ (по 2 углам)

~~$\angle ABD = \angle DAB$ ($90^\circ - \alpha$) $= 90^\circ - \alpha = \angle CAD = \angle CAD$~~

$\angle ABD = \alpha \Rightarrow \angle BAO = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle DAC = 90^\circ - 90^\circ + \alpha = \alpha = \angle ABD \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle ADC \Rightarrow \frac{DC}{AD} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AD^2 = BA \cdot DC \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AD^2}{CD^2} = \frac{AB}{CD} = k \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \sqrt{k}$

Is mese xce $\triangle ABD$ u $\triangle ADE$:

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{DB}$$

$$AD = \frac{AB \cdot AC}{BD}$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BD}$$

$$AD^2 = AB \cdot CD \Rightarrow AD = \sqrt{AB \cdot CD}$$

$$\frac{\sqrt{AB \cdot CD}}{AB} = \frac{AC}{BD} \quad \text{bozbezim b kvadratam}$$

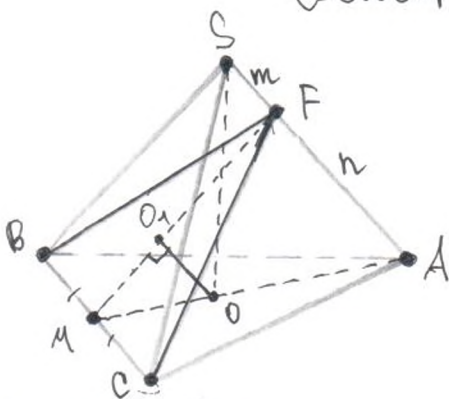
$$\frac{AB \cdot CD}{AB^2} = \frac{AC^2}{BD^2}$$

$$\frac{CD}{AB} = \frac{AC^2}{BD^2}$$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{BD^2}{AC^2} = k \Rightarrow \frac{BD}{AC} = \sqrt{k}$$

Ombem: \sqrt{k}

Rezultat: $\sqrt{5}$ 48



Dano:

$SABC$ — pravilnyy treyugolnyy piramida

$$\frac{SF}{FA} = \frac{m}{n}$$

$$V_{SABC} = V$$

$$OO_1 = d$$

Мем 3

111715

Задача:

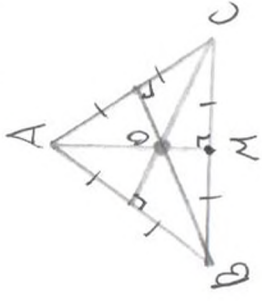
$S_{BFC} = ?$

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЛИЦЕЙ №13»
ГОРОДА-КУРОРТА ИСТОМОВЛЮГА

$\triangle ABC$ - равносторонний. AO - медиана. $\Rightarrow AB = BC = AC$;

O - центр описанной окружности;

$\triangle ABC$ - равносторонний \Rightarrow точка пересечения медиан
совпадает с точкой пересечения биссектрисы =
= центр $\triangle ABC$.



То свойство медиан $\frac{AO}{OM} = \frac{2}{1}$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AM \cdot SO$$